CH2-4-2 Période des planètes

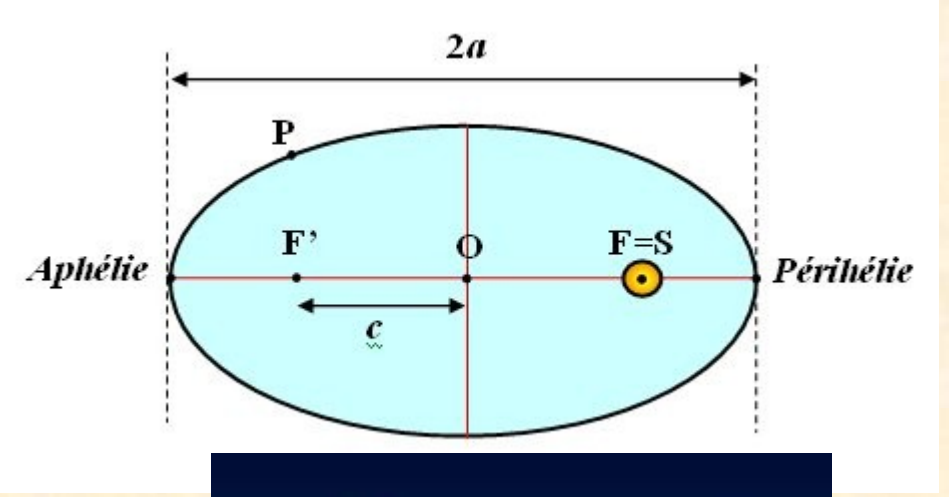
La troisième loi de Kepler

Le carré de la période de révolution **T** d'une planète autour du Soleil divisée par le demi-grand axe **a** au cube de l'orbite elliptique est égale à une constante.

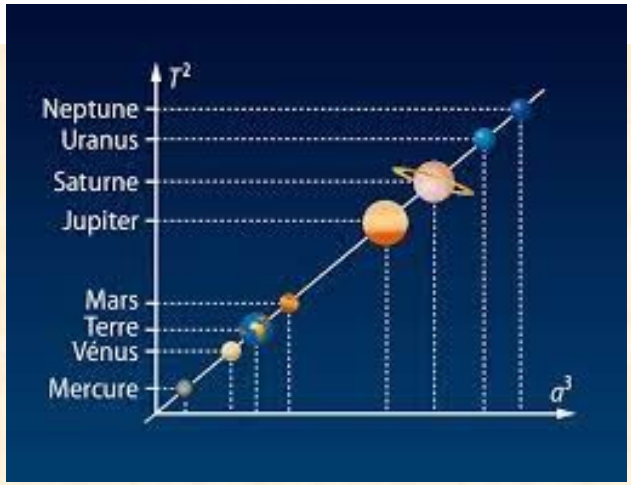
$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

En explicitant la contante :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{constante}$$



Cette loi a permis de déterminer les distances dans le système solaire à partir de l'observation de la périodes des astres.



CH2-4-2 Période des planètes

Démonstration dans le cas d'une trajectoire circulaire

Le mouvement de rotation :

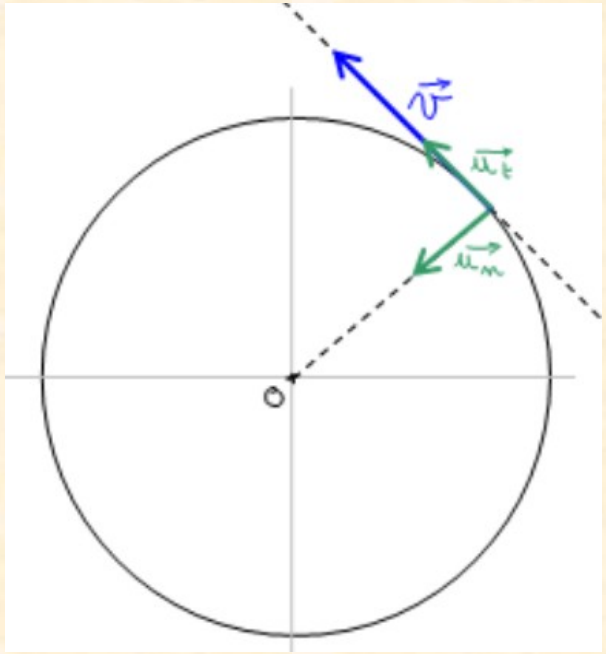
$$\Omega = 2.\pi.f = \frac{2.\pi}{T}$$

$$T = \frac{2.\pi}{\Omega}$$

Ω : Vitesse angulaire (rad/s)
v Vitesse linéaire (m/s)
R :Rayon de la trajectoire (m)
T : Période de rotation (s)

$$\Omega = v/R$$

$$T = \frac{2.\pi.R}{v}$$



L'accélération centripète (dirigée vers le centre)

On en déduit :

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2.R}{T^2}$$

CH2-4-2 Période des planètes

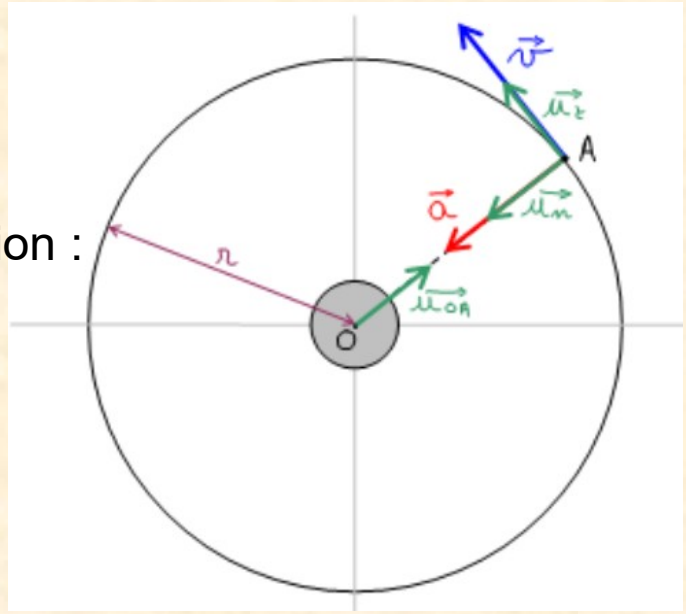
Application du principe fondamental de la dynamique

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

La seule force qui intervient est la gravitation universelle.

$$G.\frac{m.M}{R^2}\vec{u}_n = m.\vec{a}$$

m : masse de la planète
M : masse du soleil



En simplifiant et en utilisant la formule de l'accélération :

$$G.\frac{M}{R^2} = a = \frac{4\pi^2.R}{T^2}$$

$$\frac{G.M}{4.\pi^2} = \frac{R^3}{T^2}$$ ou encore $$\frac{4.\pi^2}{G.M} = \frac{T^2}{R^3}$$

Ce qui correspond bien à l'expression recherchée dans le cas d'une trajectoire circulaire.

CH2-4-2 Période des planètes

Quelques caractéristiques des planètes

	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
Distance au Soleil (en 10^6 km)	46 à 69,8	108,21	149,6	227,94	777,834	1 427	2 869	4 496,7
Masse par rapport à la Terre	0,06	0,82	1	0,11	317,9	95,1	14,5	17,2
Diamètre (en km)	4 870	12 100	12 750	6 790	142 790	120 600	51 100	40 600
Durée de la révolution autour du Soleil	87,9 j	224,7 j	1 an = 365,25 j	1,88 an	11,86 ans	29,46 ans	84 ans	164,7 ans
Durée d'une rotation	58,6 j	243 j	1 j = 23,9 h	1,025 j = 24,6 h	9,9 h	10,7 h	17,2 h	16,05 h
Nombre de satellites			1	2	16	18	15	8

On vérifie que le rapport a^3/T^2 est constant ($3{,}35 \times 10^6$ environ)

La masse de la planète n'influe pas sur sa période de révolution...