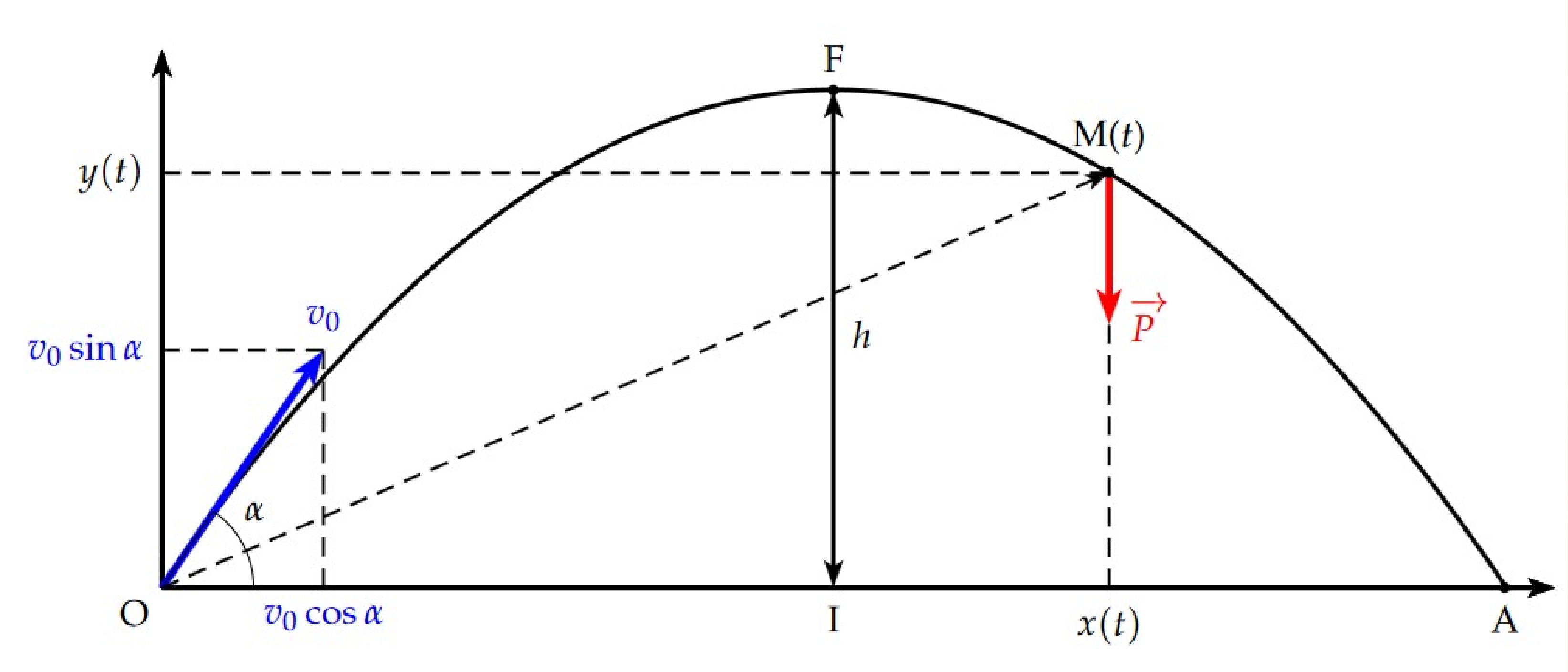
# CH2-3 Mouvement d'un projectile dans un champ de gravitation.

On lance un ballon de foot avec un angle **α** par rapport à l'horizontale avec une vitesse initiale **$v_0$**.




La trajectoire est une branche de parabole. L'angle de départ et la vitesse initiale Conditionnent la longueur du tir (**la portée A**) et la hauteur du tir (**la flèche A**)

# CH2-3 Mouvement d'un projectile dans un champ de gravitation.

## Équations horaires

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen dans ce cas.

On affecte au mouvement repère Oxy, plan correspondant au mouvement : Ox correspondant à l'horizontale et Oy à la verticale.

La seule force extérieure au système (le ballon de foot) est le poids.

D'après la loi de Newton, on a sur l'axe Oy :

P = m$\times$a ⇔ -m$\times$g = m$\times$a ⇔ a = - g  (g est dirigé vers le bas)

On intègre deux fois le vecteur accélération, que l'on projette sur les deux axes, pour obtenir les équations horaires du système :

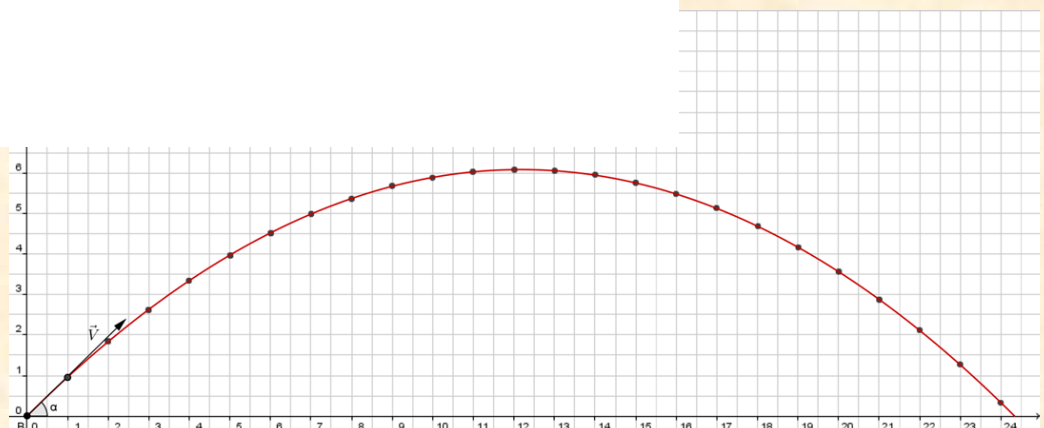
$$\vec{a}\left|\begin{array}{c} 0 \\ -g \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\left|\begin{array}{l} v_0 \cos\alpha \\ -gt + v_0 \sin\alpha \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} v_0 \cos\alpha\, t \\ -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{array}\right.$$

On obtient alors les équations horaires du mouvement suivantes :

$$x(t) = v_0 \cos\alpha\, t$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha\, t$$

Le mouvement selon Ox est  uniforme

Le mouvement selon Oy uniformément varié



# CH2-3 Mouvement d'un projectile dans un champ de gravitation.

## Equation de la trajectoire

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il faut isoler $t$ dans l'équation horaire puis le remplacer dans l'équation horaire :

De , on a : $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

On remplace dans (2) : $y = -\dfrac{1}{2} g \left(\dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$

On obtient l'équation de la trajectoire suivante : $y = \dfrac{-g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}\, x^2 + \tan\alpha\, x$

## Calcul de la portée

La trajectoire est donc une parabole. Pour déterminer la portée, il faut déterminer la distance OA, c'est à dire la distance $x_A$ où le ballon retombe sur le sol soit pour $y = 0$.

D'après l'équation de la trajectoire, on a :

$$\frac{-g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}\, x^2 + \tan\alpha\, x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x\left(\frac{-g}{2v_0^2 \cos^2\alpha}\, x + \tan\alpha\right) = 0$$

La solution $x_A$ étant la solution non nulle, on a : $x_A = \dfrac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

# CH2-3 Mouvement d'un projectile dans un champ de gravitation.

## Calcul de la flèche

La flèche est obtenue lorsque la vitesse est horizontale soit quand $v_y = 0$

On a alors : $-gt + v_0 \sin\alpha = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$

On remplace alors dans l'équation horaire de $y(t)$, on obtient :

$$h = -\frac{1}{2} \times \left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = -\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$