

A savoir

Période des planètes

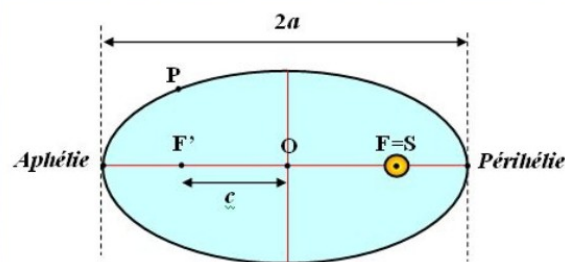
La troisième loi de Kepler

Le carré de la période de révolution T d'une planète autour du Soleil divisée par le demi-grand axe a au cube de l'orbite elliptique est égale à une constante.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

En explicitant la contante :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{constante}$$



Démonstration dans le cas d'une trajectoire circulaire

Le mouvement de rotation :

$$\Omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

Ω : Vitesse angulaire (rad/s)

V : Vitesse linéaire (m/s)

R : Rayon de la trajectoire (m)

T : Période de rotation (s)

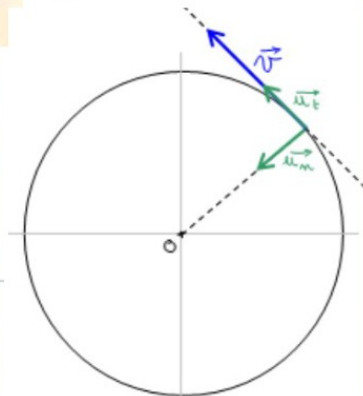
$$\Omega = v/R$$

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$$

L'accélération centripète (dirigée vers le centre)

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2}$$



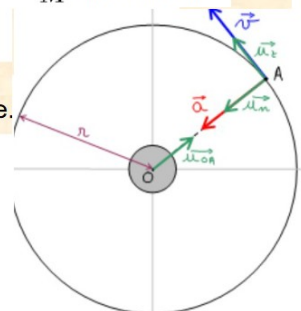
Application du principe fondamental de la dynamique

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2} \vec{u}_n = m \cdot \vec{a}$$

La seule force qui intervient est la gravitation universelle.
En simplifiant et en utilisant la formule de l'accélération :

$$\frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \frac{R^3}{T^2} \quad \text{ou encore} \quad \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = \frac{T^2}{R^3}$$

m : masse de la planète
 M : masse du soleil





Dans la saga Star Wars, deux héros, Luke et Anakin Skywalker, ont passé leur enfance sur la planète Tatooine. Cette planète désertique a la particularité d'être en orbite autour de deux étoiles : Tatoo 1 et Tatoo 2.

On se propose de déterminer quelques caractéristiques de cette planète et de ses deux étoiles à partir de données extraites du film.

Données :

masse et rayon du Soleil et de la Terre :

	Soleil	Terre
Masse (kg)	$2,0 \times 10^{30}$	$6,0 \times 10^{24}$
Rayon (km)	$7,0 \times 10^5$	$6,4 \times 10^3$

constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$;

volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

L'orbite de Tatooine

Impossible d'évoquer la célèbre planète Tatooine, repère de brigands galactiques sur lequel règne le fameux Jabba le Hutt, sans parler de ses deux soleils (ou étoiles).

Cette particularité n'est pas si étonnante quand on considère que les deux tiers des étoiles visibles à l'œil nu font partie d'un système multiple. Le problème n'est donc pas de trouver une étoile double, mais de comprendre comment une planète peut évoluer dans un tel système.

(...) L'orbite de Tatooine pourrait englober ses deux soleils à la fois. Ce type d'orbite n'est stable que si la distance qui sépare la planète de ses soleils est au moins quatre fois plus grande que celle qui sépare les étoiles. Du point de vue de la planète, tout se passe comme si les étoiles ne faisaient qu'une. Peut-on estimer le rayon de l'orbite de Tatooine ? Oui, bien sûr !

(...) Remarquons d'abord que les deux étoiles sont assez semblables à notre Soleil : l'une est jaune et l'autre est orange, laissant supposer qu'elle est un peu plus froide. Si ces deux étoiles étaient trop proches l'une de l'autre, elles devraient être déformées par leur gravité mutuelle. Comme aucune déformation n'est perceptible dans la scène du coucher des soleils, on peut calculer que leur distance est légèrement supérieure à 10 millions de kilomètres. Pour avoir une orbite stable Tatooine doit donc être distante de ces deux étoiles d'au moins 40 millions de kilomètres. En fait, elle ne doit pas être si près, sous peine d'être vraiment trop chaude et totalement inhabitable. Deux cent millions de kilomètres est une bonne position : à cette distance Tatooine reçoit une énergie lumineuse un peu supérieure à celle qui frappe la Terre, ce qui expliquerait son aspect désertique.

D'après Carte blanche à Roland Lehoucq, astrophysicien,

1. Les étoiles Tatoo 1 et Tatoo 2

1.1. En supposant que Tatoo 1 et Tatoo 2 ne sont pas déformées et sont à égale distance de Tatooine, montrer, en s'appuyant sur la photo et sur le texte, que la valeur du rayon de chacune des deux étoiles est environ égale à deux millions de kilomètres. Justifier avec soin la démarche utilisée.

On adoptera pour la suite de l'exercice cette valeur commune pour le rayon des deux étoiles.

1.2. En supposant que les deux étoiles ont la même masse volumique moyenne que le Soleil, évaluer l'ordre de grandeur de la masse M_{Tatoo} de Tatoo (1 ou 2). Commenter le résultat obtenu.

2. Tatooine en orbite

Du point de vue de Tatooine, tout se passe comme si les étoiles ne faisaient qu'une, l'étoile unique équivalente sera appelée Tatoo 1-2 ; sa masse sera prise égale à $9,5 \times 10^{31}$ kg.

2.1. Justifier la phrase précédente à l'aide d'informations données dans le texte.

2.2. Faire un schéma du système Tatooine-Tatoo 1-2 et représenter sans souci d'échelle la force d'attraction gravitationnelle exercée par Tatoo 1-2 sur Tatooine ainsi que le vecteur accélération de la planète Tatooine dans le référentiel lié à Tatoo 1-2 considéré comme galiléen.

2.3. Montrer que le mouvement, supposé circulaire, de la planète dans ce référentiel est uniforme.

2.4. Dédurre des résultats précédents et du texte, la valeur de la période de révolution de Tatooine. Comparer cette valeur à la période de révolution de la Terre autour du Soleil.